

次の曲線上の2点 $A, B$ 間において、直線 $AB$ と平行な接線の接点の座標を求めよ。  
 $y = x^2 - x, A(-1, 0), B(1, 0)$

関数 $f(x)$ は微分可能で、 $f'(0) = a$ とする。任意の $x, y$ に対して、等式 $f(x+y) = f(x) + f(y)$ が成り立つ。 $f(x)$ を求めよ。

$a > 2$ とする。すべての実数 $x$ に対して、不等式  
 $p \leq \sqrt{x^4 + ax^2 + 1} - (x^2 - 1) \leq q$   
が成り立つような $p, q$ のうちで、最も大きい $p$ と、最も小さい $q$ の値を求めよ。

平均値の定理を用いて次の極限値を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin x^2}{x - x^2}$$

曲線 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 上の点 $A$ における接線が、 $x$ 軸、 $y$ 軸と交わる点をそれぞれ $P, Q$ とする。

$A\left(t, \frac{1}{t}\right)$ とすると、 $P, Q$ の座標を $t$ を用いて表せ。

また、点 $A$ がこの曲線を動くとき、線分 $PQ$ の長さの最小値を求めよ。

底面の半径6、高さ18の直円錐に直円柱を、底面が直円錐の底面に含まれるように内接させる。直円柱の体積 $V$ が最大になるときの直円柱の半径と高さを求めよ。

平均値の定理を用いて次の極限値を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{x}$$

平均値の定理を用いて次の極限值を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \{ \log(x+3) - \log x \}$$

関数  $y = x^x (x > 0)$  を微分せよ。

$n$  次の多項式  $f(x)$  が  $f''(x) - 2xf'(x) + 8f(x) = 0$ 、 $f(1) = -\frac{5}{4}$  を満たすとき、 $f(x)$  を求めよ。